

Total Pages : 8

KN-174

B.Sc. (Part-I) Examination, 2022

MATHEMATICS

[Paper : First]

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : All questions are **compulsory**. Answer **any two** parts from each question/unit. All questions carry **equal** marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न/इकाई से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान है।

UNIT-I / इकाई-I

1. (a) Find the value of k , for which given matrix has, rank 3 :

KN-174/1000

(1)

[P.T.O.]

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिये निम्नलिखित आव्यूह की कोटि 3 हो :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

(b) Determine the eigenvalues and the corresponding vectors of the following matrix.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Also find the corresponding eigenspaces.

आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मूल (आइगेन मानों) एवं

अभिलाक्षणिक सदिश (संगत आइगेन सदिशों को) ज्ञात कीजिए।
साथ ही संगत आइगेन समष्टि भी ज्ञात कीजिए।

- (c) If A is non-singular matrix, prove that the eigenvalues of A^{-1} are the reciprocals of the eigenvalues of A.

यदि A कोई व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो सिद्ध कीजिए कि A^{-1} के आइगेन मान A के आइगेन मानों के व्युत्क्रमणीय होंगे।

UNIT-II / इकाई-II

2. (a) Solved the following equations by matrix method :

निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$x - 2y + 3z = 6$$

$$3x + y - 4z = -7$$

$$5x - 3y + 2z = 5$$

- (b) Solve the following equation :

निम्न समीकरण को हल कीजिए :

$$6x^6 - 25x^5 + 31x^4 - 31x^2 + 25x - 6 = 0$$

- (c) Solve the following equation by Cardens method :

निम्न समीकरण को कार्डन विधि से हल कीजिए :

$$x^3 - 21x - 344 = 0$$

UNIT-III / इकाई-III

3. (a) Prove that the order of a cyclic group is same as the order of its generator.

सिद्ध कीजिए कि एक चक्रीय समूह की कोटि, जनक अवयव की कोटि के बराबर होती है।

- (b) State and prove the Lagrange's theorem.

लैग्रान्ज के प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

- (c) Find $\sigma^{-1}\rho\sigma$ where :

(i) $\rho = (134) (56) (2789)$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(ii) $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 1 & 8 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

ज्ञात कीजिए : $\sigma^{-1}\rho\sigma$ जहाँ

(i) $\rho = (134) (56) (2789)$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(ii) $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 1 & 8 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

UNIT-IV / इकाई-IV

4. (a) Write and prove fundamental theorem on homomorphism.

समाकारिता का मूल-भूत प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

- (b) Prove that for two ideals S and T of any Ring R , $S \cup T$ is an ideal of R if and only if either $S \subseteq T$ or $T \subseteq S$.

सिद्ध कीजिए कि किसी वलय R की दो, गुणजावलियों S और T के लिये, $S \cup T$, R की एक गुणनावली होता है यदि और केवल यदि या तो $S \subseteq T$ या $T \subseteq S$.

- (c) Prove that the ring of integers modulo p is an integral domain if and only if p is a prime.

सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों का वलय मॉड्यूलो p एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है यदि और केवल यदि p एक अभाज्य संख्या है।

UNIT-V / इकाई-V

5. (a) Find the value of :

$$\cos^2 15^\circ (2 - \sec^2 15^\circ)$$

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos^2 15^\circ (2 - \sec^2 15^\circ)$$

- (b) If $i^{i^{i^{\dots}}}$ = $A + iB$, principal values only being considered, prove that :

$$(i) \quad \tan \frac{\pi A}{2} = \frac{B}{A}$$

$$(ii) \quad A^2 + B^2 = e^{-B\pi}$$

यदि $i^{i^{i^{\dots}}}$ = $A + iB$, केवल मुख्य मान लिया गया है, सिद्ध कीजिए कि :

$$(i) \quad \tan \frac{\pi A}{2} = \frac{B}{A}$$

$$(ii) \quad A^2 + B^2 = e^{-B\pi}$$

(c) Sum of series :

$$1 + c \cos \theta + c^2 \cos 2\theta + c^3 \cos 3\theta + \dots + c^{n-1} \cos(n-1)\theta$$

श्रेणी का योग कीजिए :

$$1 + c \cos \theta + c^2 \cos 2\theta + c^3 \cos 3\theta + \dots + c^{n-1} \cos(n-1)\theta$$

-----X-----